НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

СБОРНИК ТРУДОВ

XXVI Всероссийской конференции-конкурса
исследовательских работ старшеклассников
«Юные исследователи – науке и технике»

03 – 04 апреля 2025 г.

Секция «Математика: от науки к инженерии»

Издательство
Томского политехнического университета
Томск 2025

УДК 001.891-057.874:373.5.046.16
ББК 74.202.78я431
С232
Юные исследователи – науке и технике: сборник трудов XXVI Всероссийской конференции-конкурса Исследовательских работ старшеклассников «Юные исследователи – науке и технике»; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2025

В сборнике трудов представлены материалы работ школьников.

Сборник представляет интерес для школьников, занимающихся исследовательской и проектной деятельностью.

В сборник включены статьи, представленные в Оргкомитет конференции и заслушанные на конференции.

РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ

Сажин Артём Евгеньевич
МАОУ «СОШ № 132 с углубленным изучением предметов естественно-экологического профиля», 10 класс
г. Пермь
Руководитель: Евдокимова Светлана Владимировна, учитель математики МАОУ «СОШ № 132 с углубленным изучением предметов естественно-экологического профиля»

Задачи с параметром считаются одними из самых сложных в школьном курсе математики. Решение этих задач требует обширных знаний из различных разделов математики. Каждая задача – это мини-исследование, в котором выдвигается гипотеза, выбирается метод решения, происходит анализ и сравнение результатов, делается вывод.

В прошлом году я начал изучение методов решения задач с параметрами. Тогда я рассмотрел только графические методы решения.

В учебных пособиях, которые я рассматривал в прошлом году, изучая «Графические методы решения задач с параметрами», приводились задачи с параметрами уже в виде линейных и квадратных уравнений, неравенств и систем. Текстовые задачи с параметрами встречаются в учебных пособиях редко. Однако, на мой взгляд, решать такие задачи намного интересней, потому что в них описываются какие-то реальные явления: движение, работа, химические или экономические процессы и т.д. И именно решение текстовых задач может пробудить интерес к теме «решение задач с параметрами» у моих сверстников.

В работу я включил решения четырех текстовых задач с параметрами из разных тем: задачу на растворы, сплавы, движение и работу. Также я составил несколько задач самостоятельно. Я оформил их в виде буклета, который можно использовать в качестве методического пособия на уроках в старших классах.

Цель моей исследовательской работы

- Изучить особенности решения текстовых задач с параметрами.

Задачи моей исследовательской работы

1. Углубить полученные в прошлом году знания по теме «задачи с параметрами».
2. Понять особенности текстовых задач с параметрами.
3. Научиться решать некоторые типы текстовых задач.
4. Составить несколько текстовых задач с параметрами по темам растворы, сплавы, движение, работа.

Текстовые задачи с параметром позволяют понять природу возникновения параметра, какую роль играет параметр в реальной ситуации, описанной в задаче.

Решение текстовых задач с параметрами требует от нас:

1) умение решать текстовые задачи без параметров;
2) знать зависимости величин, указанных в условии задачи, при составлении математической модели;
3) умение интерпретировать полученный результат с учетом ограничений в условии задачи;
4) проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи.

Наиболее часто параметр встречается в текстовых задачах на сплавы, растворы, движение, работу, а также в экономических и геометрических задачах.

Для решения текстовых задач с параметром используется какая-то общая формула. Например, в задачах на растворы чаще всего нужно определить, сколько раствора нужно перелить из одного сосуда в другой, чтобы получить раствор с нужной концентрацией вещества. Общая формула, которая используется при решении таких задач: $C = \frac{V_{\text{вещества}}}{V_{\text{раствора}}}$, где C – концентрация ($\frac{C\%}{100}$), $V_{\text{вещества}} = V_{\text{вещества\_исх}} + V_{\text{вещества\_перелитого}}$ – объем чистого вещества, $V_{\text{раствора}} = V_{\text{раствора\_исх}} + V_{\text{раствора\_перелитого}}$.

А алгоритм решения задачи может быть следующим:

1. За x принимаем искомый объем, а параметром считаем либо концентрацию одного из исходных растворов, либо полученного раствора.
2. С помощью этой формулы составляем уравнение, решением которого будет значение x, выраженное через параметр a.
3. Проверяем множество значений, которое может принимать параметр:
   3.1. Если в задаче задан объем сосудов, то значение x ограничивается свободным объемом сосуда, в который переливается раствор.
   3.2. Если x выражено дробью, в которой параметр a находится в знаменателе, то нужно определить, при каких значениях параметра знаменатель не равен 0.
   3.3. В текстовых задачах для окончательной формулировки ответа необходимо учесть физический или геометрический смысл величин, о которых идет речь в задаче (например, объем x не может принимать отрицательные значения и т.п.).

Задачи на сплавы решаются по такому же алгоритму с помощью аналогичной формулы: $C = \frac{M_{\text{вещества}}}{M_{\text{сплава}}}$

Поняв принцип решения текстовых задач с параметрами, я решил сам составить несколько задач для своих одноклассников. Я взял за основу текстовые задачи на движение, сплавы и растворы, не содержащие параметр, ввел в них параметр и получил несколько вариаций одной задачи.

Задача 1.

Рассмотрим текстовую задачу без параметра.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% меди, второй 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого сплава на 3 кг. Из них получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава (в кг).

Решение.

Пусть x – масса первого сплава, тогда $0{,}1x$ – масса меди в первом сплаве.

Тогда $(x+3)$ – масса второго сплава, $0{,}4(x+3)$ – масса меди во втором сплаве. Масса третьего сплава $2x+3$, масса меди в нем $0{,}3(2x+3)$

Запишем уравнение:

$$0{,}1x + 0{,}4(x+3) = 0{,}3(2x+3)$$
$$x = 3$$

Ответ: 9 кг масса третьего сплава.

Попробуем ввести в задачу параметр.

Задача 1а. Сохраняя условия задачи, обозначим концентрацию первого сплава a. Надо найти при каком значении a задача имеет решение.

Решение. Задача сводится к исследованию линейного уравнения:

$$ax + 0{,}4(x+3) = 0{,}3(2x+3)$$
$$x(a-0{,}2) = -0{,}3$$

Так как по условию задачи $x > 0, a > 0$, то $a - 0{,}2 < 0$

Ответ: задача имеет решение при $0 < a < 0{,}2$

Задача 1б. Сохраняя условия первой задачи, найти при какой концентрации первого сплава масса третьего сплава будет равна 10 кг.

Решение.

Воспользуемся результатом задачи **1а**

Масса первого сплава: $x = \frac{-0{,}3}{(a-0{,}2)}$

Масса третьего сплава: $2x+3=2\frac{-0,3}{(a-0,2)}+3=\frac{-0,6}{a-0,2}+3$

$$a=\frac{8}{70}$$

Ответ: при концентрации $a=\frac{8}{70}$ масса третьего сплава будет 10 кг.

Задача 1в. Сохраняя условия первой задачи, определить, при какой концентрации третьего сплава задача имеет решение.

Решение. Пусть c – концентрация третьего сплава. Воспользуемся уравнением из задачи 1:

$$0,1x+0,4(x+3)=c(2x+3)$$
$$0,1x+0,4x+1,2=2cx+3c$$
$$x=\frac{3c-1,2}{0,5-2c}$$

Так как по условию задачи $x>0, c>0$, то $\frac{3c-1,2}{0,5-2c}>0$ при $0,25<c<0,4$

Ответ: задача имеет решение при $0,25<c<0,4$

Остальные задачи я привел в Приложении в полной версии своей работы.

Выводы

1. Во время выполнения своей работы я углубил свои знания по теме «задачи с параметрами», узнал, какую природу может иметь параметр и как его значение может влиять на решение задачи.
2. Я понял, что для решения текстовых задач с параметрами необходимо уметь решать аналогичные текстовые задачи без параметров, уметь строить математическую модель решения, проводить анализ результата в зависимости от формулировки задачи.
3. Я научился решать задачи с параметром на растворы, смеси, движение и работу.
4. Я составил несколько авторских текстовых задач с параметрами для учеников 9-11 классов, начинающих изучать эту тему.

Заключение

Текстовые задачи с параметрами хорошо подходят для начала исследовательской деятельности в области математики. Каждая задача – это исследование, а решение задачи – это и выбор метода, и практические навыки решения уравнений и неравенств различных типов, мастерство построения графиков, анализ и обобщение результатов, умение делать выводы.

В работе я изучил способы решения текстовых задач по нескольким темам: растворы, сплавы, движение и работа. Такие задачи имеют прикладной характер и часто встречаются при изучении других дисциплин, например, в химии и физике. Я думаю, что полученный мной навык решения текстовых задач с параметром поможет мне в углубленном изучении не только математики, но и этих предметов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Э. Г. Гельфман, Знакомимся с алгеброй: Учеб.пос. по математике для 7 класса, Томск, 2002.
2. А. Шахмейстер, Уравнения и неравенства с параметрами, М.: МЦНМО, 2023.
3. Э. М. Галеев и А. Э. Галеева, Математика. Практический курс по подготовке к ДВИ в МГУ, М.: Издательство Московского университета, 2019.
4. В. Л. Натяганов и Л. М. Лужина, Методы решения задач с параметрами, М.: Издательство Московского униветситета, 2018.

ЗНАЧИМОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ «ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Чамыева Камила Эргишевна
Бюджетное общеобразовательное учреждение Республики Алтай
«Республиканский классический лицей», 10 класс
г. Горно-Алтайск
Руководитель: Шарикова Ирина Николаевна, учитель математики БОУ РА «РКЛ»

Теория вероятностей является основополагающей дисциплиной, пронизывающей множество областей науки и практической жизни. Изучение её в школьном курсе математики не только развивает аналитическое мышление, но и формирует навыки критического анализа. Поэтому для меня стал актуальным вопрос изучения и применения «Теории вероятностей» в жизни. Гипотеза, которую я видвинула в ходе моей исследовательской работы - знание теории вероятностей необходимо, так как каждому из нас приходится принимать множество решений в условиях неопределенности. Однако эту неизвестность можно «превратить» в некоторую ясность при помощи формул, используемых в данном разделе математики.

Цель: Проанализировать значение теории вероятностей как связующее звено между школой и высшим образованием.

Задачи исследования: 1) Провести через опрос социальную сеть VK среди учеников и выпускников БОУ РА «Республиканский классический лицей».
2) Изучить результаты сдачи экзаменов в форматах ОГЭ и ЕГЭ (профильный и базовый уровни) по математике, учениками «РКЛ», Республики Алтай и соседних регионах (Алтайский край и Кемеровская область–Кузбасс).
3) Найти задачи, вызывающие трудности у выпускников при их решении на ГИА.
5) Провести срез знаний по теме «Теория вероятностей» среди учеников 10 – х классов БОУ РА «РКЛ» г. Горно–Алтайск, проанализировать результаты.

Проведя анкетирование среди выпускников и учеников старших классов БОУ РА «РКЛ» и изучив результаты выполнения заданий по теме «Теория вероятностей», которые встретились на ОГЭ и ЕГЭ, учениками трёх сибирских регионах - Республика Алтай, Алтайский край, Кемеровская область , выяснили , что выпускники неплохо усвоили решение базовой задачи по теме «Теория вероятности». Доля правильных ответов больше 90% говорит об успешном освоении базовых навыков анализа простейших вероятностных моделей задач. Но не у всех выпускников верно решена задача повышенного уровня сложности №5. Даже, те кто сдал на «5» не смогли получить верный ответ и этот показатель примерно равен у всех трёх регионов, около 50%, кроме обучающихся «РКЛ». Поэтому мы с научным руководителем пришли к выводу, что ребятам необходимо учебное пособие, в котором будут собраны задачи повышенного уровня сложности, которые встречались или могут встретиться на ГИА.

В начале учебного года, мы провели срез знаний по данной теме , результаты были средние. Далее мы 6 недель работали у моих одноклассников с использованием созданного нами решебника , в котором собрали 100 задач повышенного уровня сложности по теме «Теория вероятностей» , а также систематизировали основных формулы. После проведенной работы, результаты выросли на 40%, поэтому можно сделать вывод о том, что в 11 классе они с легкостью будут решать данные задания.

В ходе исследовательской деятельности выдвинутая нами гипотеза подтвердилась. Изучение этого раздела имеет множество перспектив разных областях жизни – бизнес, экономика, финансы. Умение делать точные финансовые прогнозы, определять риски и принимать верное решение, все эти навыки позволяют учащимся лучше осознать природу случайностей и закономерностей, что актуально в условиях современного информационного общества. Таким образом, интеграция раздела «Теории вероятностей» в школьную программу является крайне значимой и необходимой задачей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Математика 10-11класс. Вероятность и статистика. Базовый и углублённый уровни. Учебное пособие. УМК "Вероятность и статистика. (10-11) (Базовый и углубленный)" С. 223 (10 класс), С. 144 (11 класс), 2024 г.
2. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Вероятность и статистика. 7-9 классы. Учебник в 2-х частях.: М Просвещение С. 177(1 часть) и С. 111(2 часть), 2023 г.
3. Лысенко Ф.Ф., Калабухова С.Ю. Математика. Теория вероятности. Подготовка к ЕГЭ 2014. Издательство Ростов–на–Дону «Легион», С. 65, 2013 г.
4. ЕГЭ. Математика. Базовый уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. Ященко И.В. - Москва: Издательство «Национальное образование», 2022. – 224 с. – (ЕГЭ. ФИПИ — школе).
5. ЕГЭ. Математика. Базовый уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. Ященко И.В. – Москва: Издательство «Национальное образование», 2023. – 191 с. – (ЕГЭ. ФИПИ – школе).
6. ЕГЭ. Математика. Базовый уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. Ященко И.В. – Москва: Издательство «Национальное образование», 2024. – 192 с. – (ЕГЭ. ФИПИ – школе).
7. Статистико-аналитический отчёты о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2024 году в Алтайском крае. [Электронный ресурс]. – URL: https://iro22.ru (дата обращения: 18.04.2025).
8. Статистико-аналитический отчёты о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2024 году в Кемеровской области. [Электронный ресурс]. – URL: www.ocmko.ru (дата обращения: 18.04.2025).
9. Статистико-аналитический отчёты о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования в 2024 году в Республике Алтай. [Электронный ресурс]. – URL: https://rcoko.ru (дата обращения: 18.04.2025).
10. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений». [Электронный ресурс]. – URL: https://fipi.ru (дата обращения: 18.04.2025).
11. СДАМ ГИА: Образовательный портал для подготовки к экзаменам. [Электронный ресурс]. – URL: https://ege.sdamgia.ru/ (дата обращения: 18.04.2025).
12. Распечатай и реши. [Электронный ресурс]. – URL: https://time4math.ru (дата обращения: 18.04.2025).
13. Поступи онлайн. [Электронный ресурс]. – URL: https://postupi.online (дата обращения: 18.04.2025).

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОСКИХ ФИГУР

Вракеева Ксения
Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение гимназия № 7 имени Башилова И.Я.
8 класс
г. Красноярск
Руководитель: Зенченко Мария Александровна, учитель математики МБОУ Гимназии № 7 имени Башилова И.Я.

Люди часто сталкиваются с понятием площадь, это необходимый элемент нашей жизни. Каждый понимает смысл слов: площадь комнаты равна шестнадцати квадратным метрам, площадь садового участка равна восьми соткам и т.д. Точные измерения позволяют решать практические задачи в архитектуре и градостроительстве, сельском хозяйстве, науке и образовании, а также сохранять природные экосистемы. Измерение площади позволяет эффективно использовать пространство для наших нужд и здоровья планеты.

С термином «площадь» я столкнулась еще в начальной школе. До восьмого класса я знала только формулы измерения площадей прямоугольника и квадрата. В этом году мы изучили новые виды геометрических фигур и мне захотелось узнать формулы, которые позволяют вычислить их площадь. В школьном учебнике по геометрии за 8 класс изучаются формулы для нахождения площадей треугольника, параллелограмма, трапеции и ромба, но мне стало интересно, какие еще существуют способы вычисления площадей плоских фигур.

Проблема: в школьном курсе геометрии не изучаются различные методы измерения и формулы площадей более сложных фигур, однако они могут быть очень полезными.

Цель: изучить и сравнить эффективность различных способов практического измерения площадей.

Задачи**:**

1. Изучить понятие площади многоугольника, различные методы измерения площадей и показать их практическое применение.
2. Познакомить учеников с различными способами вычисления площадей, провести анкетирование и выяснить какие методы наиболее удобны для вычисления площадей плоских фигур.

Методы исследования: анализ литературы, поиск информации, практическое применение, сравнительный анализ.

Объект исследования: площадь фигур произвольной формы.

Тема моей работы актуальна, поскольку понятие «площадь» имеет практическую значимость и широко используется в школьном курсе, повседневной жизни и во многих профессиях. Также задачи на нахождение площади, встречаются на олимпиадах, и в ОГЭ [1-6].

Понятие площади многоугольника

Площадью называют величину, которая указывает, сколько места занимает фигура на плоскости. Это часть плоскости, ограниченная геометрической фигурой. Площадь фигуры обозначается заглавной латинской буквой S. Основные единицы измерения площади — квадратные сантиметры (см²), квадратные метры (м²), квадратные миллиметры (мм²) и квадратные километры (км²).

При изучении вычисления площадей многоугольников на клетчатой бумаге я заметила, что некоторые задачи строятся на понятии узла. Узел напоминает узел в рыболовной сетке — пересечение горизонтальных и вертикальных линий.

История площадей

Измерение площадей является одним из самых древних разделов геометрии. В частности, название “геометрия” означает “землемерие”, т.е. связано именно с измерением площадей. Основы этой науки были заложены в Древнем Египте, где после каждого разлива Нила приходилось заново производить разметку участков, покрытых плодоносным илом, т. е. вычислять их площади. Жители Вавилона, так же как и египтяне измеряли большей частью простейшие фигуры, встречающиеся при межевании земель, возведении стен и насыпей. Многие ученые решали проблему вычисления площади фигуры. В историю с понятием площади вошли имена Евклида, Архимеда, Пифагора, Пьера Ферма, Георга Пика и др. Ими открыто большое количество различных формул и способов для вычисления площади фигуры [7-8].

Способы нахождения площадей

Просматривая информацию различных источников [1-8], выяснилось, что для вычисления площади геометрических фигур, помимо формул, используются другие способы, которые я решила разобрать более подробно и сравнить их эффективность.

При изучении вычисления площадей многоугольников на клетчатой бумаге я заметила, что некоторые задачи строятся на понятии узла. Узел напоминает узел в рыболовной сетке — пересечение горизонтальных и вертикальных линий.

1. По формуле.

Проведя сравнительный анализ формул для нахождения площадей фигур, я заметила, что площади вычисляют по определенным элементам фигур (сторонам, высотам, диагоналям и т.д). Чаще всего, для этого нужно знать длины сторон и высот.

2. Разбиение.

Смысл данного способа состоит в том, что многоугольник разрезается на прямоугольники и (или) прямоугольные треугольники с вершинами в узлах сетки 1х1. Тогда площадь фигуры можно сосчитать по формуле: $S = S_1 + S_2 + \ldots + S_n$

3.Палетка.

Для данного способа берется палетка – прозрачная пленка, разделенная на равные квадраты со стороной 1см.

Алгоритм применения палетки:

1. Накладываем палетку на фигуру, чтобы углы фигуры совпадали с ее узлами
2. Считаем количество полных квадратов
3. Считаем количество неполных квадратов.
4. Складываем количество полных квадратов и число не полных квадратов, делённое на два.

4. Дополнение до прямоугольника.

Смысл данного способа – это дополнение многоугольника до прямоугольника так, чтобы его стороны проходили через вершины четырехугольника, а затем вычитание из площади полученного прямоугольника суммы площадей лишних частей. Тогда площадь фигуры равна: $S_{ф} = S_{пр} - (S_1 + \ldots + S_n)$

5. Формула Пика.

Любая фигура, изображенная на листе бумаги делит его на внутреннюю область и внешнюю, а еще есть граничные точки многоугольника. Нас интересуют внутренние узлы и узлы, которые лежат на границе многоугольника. Тогда формула выглядит так $S = В + Г/2 - 1$, где В - количество внутренних узлов, а Г - количество узлов на границе многоугольника.

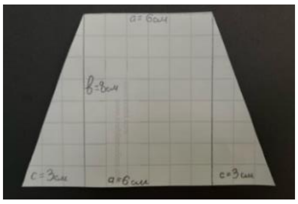
Эта формула получила название в честь австрийского математика Георга Пика, которая появилась в его работе 1899 года, опубликованной в Праге.

6. Взвешивание.

Нахождения площади плоской фигуры методом взвешивания заключается в измерении массы и площади дополнительной фигуры. Если толщина листа, из которого изготовлена взвешиваемая фигура, постоянна, то масса фигуры прямо пропорциональна её площади. Берем фигуру S_0 которой точно известна, находим на весах ее массу m_0, далее пределяем массу m нашей фигуры. Затем, пользуясь правилом пропорции – $S/S_0 = m/m_0$, вычислить искомую площадь S.

Практическое применение нахождения площади фигур

Для применения рассмотренных способов вычисления площадей, я решила рассмотреть трапецию, стороны которой измеряются в целых единицах измерения, чтобы вычисления были более точными (Рис.1).


(Рис.1)

1.По формуле. Для вычисления площади данным методом измерим длину высоты, нижнего и верхнего основания трапеции, и затем полученные измерения подставим в формулу.

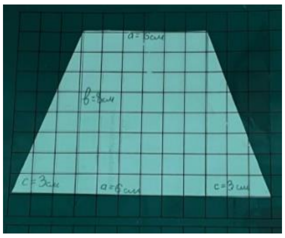
$a = 6$ см, $b = 12$ см, $h = 8$ см , $S = \frac{1}{2}(a+b)\,h$, $S=\frac{1}{2}(12+6)\times 8=72$ см^2.

2.Разбиение. Применяя данный способ, разделим трапецию на два прямоугольных треугольника и прямоугольник, вычислим площадь каждой фигуры отдельно и затем прибавим полученные результаты.

$S_D = \frac{1}{2}(a \cdot c)=\frac{1}{2}\cdot(3\cdot 8) = 12$ см^2, $S_п= a\cdot в =6 \cdot 8 = 48$ см^2,

$S_{тр}= 12\cdot 2 + 48 = 72$ см^2.

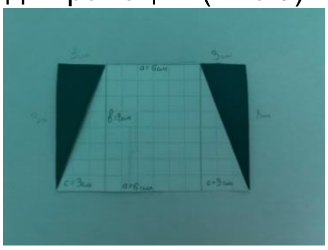
3.Палетка. Накладываем палетку на фигуру, чтобы углы фигуры совпадали с ее узлами и считаем количество полных и неполных квадратов (Рис.2).


(Рис.2)

Число полных квадратов: 61шт, Кол-во неполных квадратов: 22шт.

$S=61+22:2=72$ см^2

4.Дополнение до прямоугольника. Достраиваем с обеих сторон трапеции до прямоугольника и вычисляем площадь прямоугольника, затем вычитаем две площади прямоугольных треугольников. Заметим, тут можно перенести один треугольник на противоположную сторону, получим прямоугольник, площадь которого равна площади трапеции (Рис.3).


(Рис.3) $S = 12 \cdot 8 - (\frac{1}{2}\cdot 3 \cdot 8)\cdot 2 = 72$ см^2, $S= 8\cdot 9 = 72$ см^2.

5.Формула Пика. Считаем внутренние узлы и узлы, которые лежат на границе многоугольника, затем вычисляем по формуле: S = В + Г/2 - 1, где В - количество внутренних узлов, а Г - количество узлов на границе многоугольника.

Тогда получаем: Г= 20, В= 63, S = 63 + 20/2 - 1 = 72см^2.

6.Взвешивание. Мы вырезали прямоугольник из такого же материала, затем нашли его площадь ($S=8\cdot 9=72$ см^2) и массу двух фигур (масса трапеции равна 1,7 гр, прямоугольника 1,8 гр) (Рис.4). Составили пропорцию $\frac{1,8}{1,7}=\frac{72}{x}$, $x=\frac{1,7\cdot 72}{1,8}=68$ см^2. Заметим, что погрешность данного способа в -4 см^2.

  (Рис.4)

Анкетирование учащихся, выявление удобного способа вычисления площади

Мы провели анкетирование среди восьмых и девятых классов нашей школы, с целью выявления знаний понятия «площадь», формул для нахождения площади фигур и методов измерения.

Уважаемые ученики, ответьте, пожалуйста, на вопросы:

1. Знакомо ли вам понятие «площадь»?

Да ☐ Нет ☐ (обоснуйте свой ответ)

2. Какие способы измерения площадей вы знаете? (Отметьте какие вам известны)

А. По формуле ☐

Б. Разбиение ☐

В. Дополнение ☐

Г. Формула Пика ☐

Д. Палетка ☐

Мы получили результаты анкетирования:

1.На первый вопрос 95 % ответили да, но в обосновании у многих было написано, что это произведение двух смежных сторон фигуры. В девятых классах 63% учеников не смогли сформулировать точное определение «площадь»

2. Ответы учеников на второй вопрос: по формуле – 88%, разбиение – 31%, дополнение – 33%, формула Пика – 9%, палетка – 22%.

После анкетирования, я познакомила учащихся со всеми способами и раздала памятку для вычисления площадей, они нашли площади четырех фигур, которые были разбиты на единичные квадраты.

У учащихся была возможность вычислить площадь различными способами, понять какие способы им понравились больше. Затем я провела повторное анкетирование.

Уважаемые ученики, ответьте, пожалуйста, на вопросы:

1. Какие способы вычисления площадей вам известны и вы сможете применить их на практике?

А. По формуле ☐

Б. Разбиение ☐

В. Дополнение ☐

Г. Формула Пика ☐

Д. Палетка ☐

2. Каким способом вам было легче вычислить площадь фигуры (можно выбрать несколько вариантов)?

А. По формуле ☐

Б. Разбиение ☐

В. Дополнение ☐

Г. Формула Пика ☐

Д. Палетка ☐

Ответы на второе анкетирование показали следующие результаты:

1.На первый вопрос итог в процентах: по формуле – 98%, разбиение – 72%, дополнение – 69%, формула Пика – 82%, палетка – 86%.

2.Ответы учеников на второй вопрос: по формуле – 83%, разбиение – 58%, дополнение – 43%, формула Пика – 72%, палетка – 81%.

По результатам анкетирования, можно сделать вывод, что учащимся понравились не только способ вычисления по формуле, но и способ разделения, палетки и теорема Пика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучив различные источники [1-8], выяснилось, что существует различные способы вычисления площадей фигур и каждым фигурам подходит свой метод. Для классических фигур самым удобным способом является использование формул. Эти формулы просты и требуют лишь знание основных измерений фигуры, таких как длины их сторон или высот. Однако, опытным путем мы доказали, что имея возможность разделить фигуру на единичные квадраты, учащиеся могут эффективно вычислить площадь, используя метод палетки и теорему Пика, разбиение на более мелкие фигуры. Данные методы отлично подойдут для вычисления площадей фигур непроизвольной формы, а метод взвешивания подходит для приближённого нахождения площади любой плоской фигуры.

В результате проделанной работы, можно сделать вывод о том, что знание различных методов измерения площадей расширяет кругозор человека в мире геометрии, помогает систематизировать и углубить теоретические и практические знания учащихся, упрощает их использование при вычислении площадей более сложных фигур. Поэтому данный материал стоило бы добавить в школьную программу по геометрии. Таким образом, проведённое исследование подтвердило актуальность темы и позволило получить значимые результаты.

Приобретенные знания можно применять при решении задач на уроках и экзаменах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геометрия. 7-9 классы : учеб. Для общеобразоват. Организаций с прил. На электрон. носителе. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2023. – 390 с.
2. Учебник «Геометрия»10-11кл.: Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов и др. – М.: Просвещение.
3. ЕГЭ за 30 дней : Математика : Эксперсс-репетитор. А.П. Власова, Н.И. Латанова, Н.В. Евсеева, Л.А. Шишкина, Г.Н. Хромова. Москва: АСТ: Астрель, 2014. – 175 с.
4. Сборник «ЕГЭ-2025. Математика. Базовый уровень. 30 вариантов» под редакцией И. В. Ященко предназначен для подготовки учащихся к ЕГЭ по базовой математике.
5. ОГЭ 2022, Математика,50 вариантов, Типовые варианты экзаменационных зад аний, Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Рослова Л.О., Кузнецова Л.В.
6. Математика. ЕГЭ-2021. Типовые тестовые задания. 30 вариантов. Под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко. 2025 г.
7. Научно- практическая работа и презентация по математике на тему "Измерение площадей" (5, 6, 7 классы). [Электронный ресурс]. – URL: https://znanio.ru/media/nauchno_prakticheskaya_rabota_i_prezentatsiya_po_matematike_na_temu_izmerenie_ploschadej_5_6_7_klassy-167549-2 (дата обращения: 18.04.2025).
8. Международный студенческий научный вестник. [Электронный ресурс]. – URL: https://eduherald.ru/ru/article/view?id=20706 (дата обращения: 18.04.2025).

ФРАКТАЛЫ

Елизарова Полина
Муниципальное автономное образовательное учреждение «Школа №103», 9 класс
г. Нижний Новгород
Руководитель: Черепова Галина Ильинична, учитель математики МАОУ «Школа №103»

В 20 веке наибольшее распространение в направлениях оп-арт (оптическое искусство) и имп-арт (в стиле импрессионизма) получили картины, которые получались через повторение одной фигуры [1].

Мауриц Эшер, голландский художник, начал изображать это геометрическое явление в своих работах. Он брал один элемент – фрактал (правильный многоугольник, шестиугольник или треугольник, или один предмет) и множил его, создавая мозаичный орнамент. Так, например, создана картина «Круг с бабочками» [2].

Глядя на такие картины, у меня возник вопрос: какая математическая теория лежит в основе данных изображений? Каков структурный ее компонент, каковы его свойства?

Поиск ответа данные вопросы привели меня понятию «фрактал», в теорию фрактальной геометрии. Таким образом появилась цель работы: выявить теоретико-практические основы фракталов, значение и способы создания фракталов, как элементов геометрии.

Задачи работы:

1. выяснить, что такое фрактал, его функции и классификации;
2. выяснить, в каких областях применяются фракталы;
3. применить теорию построения фракталов к их созданию (разработать алгоритмы).

Методы решения задач: анализ литературы, систематизация информации, разработка алгоритмов,

Слово фрактал образовано от латинского fractus и в переводе означает «состоящий из фрагментов». Фрактал – множество, обладающее свойством самоподобия, т.е. повторения самого себя [3].

Придумал этот термин Бенуа Мандельброт в семидесятых годах прошлого века на основе исследований результатов измерений шума [4].

Б. Мандельброт обратил внимание на одну странную закономерность – графики шумов в разном масштабе выглядели одинаково [5].

Далее французский математик Гастон Морис Жюлиа задался вопросом, как будет выглядеть множество, если построить его на основе простой формулы, применяя цикл.

Главное, в чем упрекали их коллеги, – бесполезность разрабатываемой теории. «Да, – говорили они, – это красивые картинки, но не более. Практической ценности теория фракталов не имеет». Были также те, кто вообще считал, что фрактальные узоры – просто побочный результат работы [6].

Мандельброт пытался найти очевидное применение теории фракталов. Последователи Б. Мандельброта в следующие 25 лет доказали огромную пользу.

Будущий аниматор Лорен Карпентер серьезно изучил принципы фрактальной геометрии и стал искать способ реализовать ее в компьютерной графике. Он с помощью формул нарисовал вполне узнаваемый горный пейзаж [7].

Принцип, который использовал Л. Карпентер для достижения цели, был очень прост. Он состоял в том, чтобы разделять более крупную геометрическую фигуру на мелкие элементы, а те, в свою очередь, делить на аналогичные фигуры меньшего размера.

Таким образом, ему удалось стать первым художником, применившим в компьютерной графике фрактальный алгоритм для построения изображений.

Существует три класса фракталов: геометрические, алгебраические и стохастические.

Геометрические фракталы получаются построением ломаной. К геометрическим фракталам также относят треугольник Серпинского, множество Кантора, ковер Серпинского, губку Менгера, дерево Пифагора.

Алгоритм построения алгебраических фракталов выстраивается на основе многократного применения (итерации) одной формулы. К алгебраическим фракталам относят биоморфы – одноклеточные организмы.

Стохастические фракталы, которые получаются в том случае, если в повторяющемся процессе хаотически менять какие-либо его параметры. Примеры стохастических фракталов: траектория броуновского движения на плоскости и в пространстве; изображение плазмы в компьютерной графике [8].

Существует несколько способов построения фракталов.

Первый – это применение самоподобия – многократного повторения самого себя.

Например, многократно изображая треугольник в определенной последовательности, получается треугольник Серпинского. Или дерево, где ветка подобна всему дереву.

Математическую формулировку самоподобия фрактальных объектов дают интуитивно. Например, растянем или сожмем кривую линию в η раз, так что новая длина будет $L^* = \eta L$.Величину η называют масштабным множителем.

Второй – с помощью рекурсивной процедуры.

Нужно задать произвольную ломаную с конечным числом звеньев. Потом заменить в ней каждый отрезок ломаной, подобной исходной. В получившейся ломаной вновь заменить каждый отрезок и т.д. Так, например, строится кривая Минковского [9].

Третий – с помощью L-кодов.

В алгоритме используется код. Простейший код состоит из буквы E и знаков + и –. Кроме этого, задаются два угла φ и φ_0. Буква E означает, что мы чертим отрезок некоторой длины. Знак + означает, что следующий отрезок мы будем чертить в направлении на угол φ против часовой стрелки, и знак – означает, что поворот происходит на угол φ по часовой стрелке. Угол φ_0 задает начальное направление [10].

Если дана координатная система XOY, то φ_0 откладывается от положительного направления оси OX против часовой стрелки.

Например, код для построения кривой (квадрат) будет E+E+E+E, если $\varphi_0 = 0$ и $\varphi = \pi/2$ (рис. 1). Для рисунка 1 Б) код: E+E- -E+E + E+E- -E+E - - E+E- - E+E + E+E- -E+E, с начальными условиями: $\varphi_0 = 0$ и $\varphi = \pi/3$.

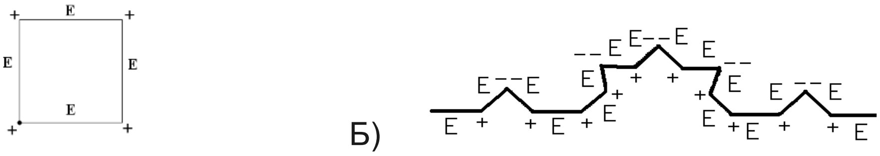
А)  Б)

Рисунок 1 – Образец кривой

Рассмотрим создание фрактала в программе APOPHYSIS.

Редактор позволяет редактировать составные фрактальные изображения с помощью треугольников. Есть возможность преобразовывать изображения в 3D формат.

Алгоритм:

1. Создать чистый лист.
2. Выбрать координаты для первого треугольника.
3. Изменить его расположение треугольника, выбрать эффект преобразования (например, эффект «Рыбий глаз»)
4. Создать второй треугольник, выбрать для него координаты, расположение и эффект (например, кругообразный)
5. Сохранить изображение. Фрактал готов.

Так, используя программу, можно создать фрактал, имеющий много различных свойств: симметричность (асимметричность), сходство (различие) частей и др. (рис.2).

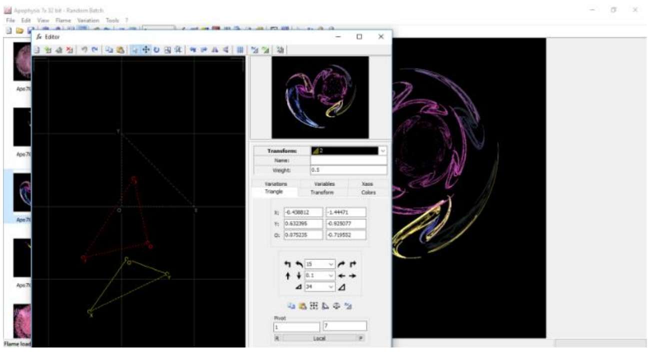


Рисунок 2– Создание фрактала

Выявлено, что число масштабов степенным образом зависит от масштаба измерения. При этом, чем меньше масштаб, тем больше требуется число масштабов. Таким образом, в работе представлено определение фрактала, описана классификация фракталов, методы их построения. Выявлено, что при создании моделей объектов живой и неживой природы можно использовать фракталы [11]. Приведены примеры существования фракталов в окружающей действительности.

В работе нами приведено применение фракталов в различных областях прикладных наук. Рассмотрены два способа построения фракталов: способ построения с помощью L-кодов и на основе программы для создания фракталов Apophysis.

Геометрическим методом были построены кривая Серпинского и фрактал «журавлиный клин». С помощью метода L-кодов были построены фрактал «прямоугольник» и фрактал «солнышко».

Формы фрактальной геометрии привлекательны с эстетической точки зрения. Созданные нами в Apophysis эскизы фрактальных картин, поражают своей красотой и необычностью форм. Работа с фракталами открывает прекрасный, удивительный мир, который соединяет математику, природу и искусство.

В перспективе исследование будет касаться определения функциональной зависимости расположения треугольников (по Apophysis) и ее влияние на формы (конфигурации) фрактала, основываясь, в том числе на закон Мандельброта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пайтген Х.О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем/ Х.О. Пайтген, П.Х. Рихтер. — Москва: Мир, 1993. – 571 с.
2. Маврикиди Ф. И. Фрактальная математика и природа перемен / Ф.И. Маврикиди. – Москва: Дельфис, 2015. – 416 с.
3. Кириллов А.А. Фракталы / А.А. Кириллов.– Москва: ЛитРес, 2020. – 335 с.
4. Мандельброт Б., Хадсон Р.Л. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах/ Б. Мандельброт, Р.Л. Хадсон. – Москва: Вильямс, 2006. – 400 с.
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2010. –125 с.

6. Липов А.Н. Фракталы / А.Н. Липов // Философия и культура. – 2011. – № 8. – С.39-53.
7. Морозов А.Д. Введение в теорию фракталов / А.Д. Морозов. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. – 253 с.
8. Секованов В.С. Фрактальная геометрия / В.С. Секованов. – Москва: Лань, 2019. – 180 с.
9. Балханов В.К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления / В.К. Балханов; отв. ред. Ю.Б. Башкуев. – Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета. 2013. – 224 с.
10. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы / С.В. Божонкин, Д.А. Паршин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 264 с.
11. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер. – Ижевск: РХД, 2005. – 54 с.

МНОГОЛИКИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ДРОБИ

Лизогубов Яромир
МАОУ «Медико-биологический лицей», 8 класс
г. Саратов
Руководитель: Заносиенко Елена Владимировна, учитель математики МАОУ «МБЛ»

Дробь – это число, составленное из одной или нескольких (равных) долей единицы. Самый распространенный способ для выполнения сравнения и действий с дробями - приведение их к общему знаменателю. При решении задачи: *«Все обыкновенные правильные и несократимые дроби, числители и знаменатели которых – двухзначные числа, упорядочили по возрастанию. Между какими двумя последовательно расположенными дробями находится число $\frac{4}{7}$?»* я столкнулся с тем, что этого способа недостаточно. Попробовал применить способы сравнения дробей с общим числителем, перекрестное умножение.

Для определения соседства дробей я применял закон Фарея. Этот закон можно применять для несократимых правильных дробей. Именно о таких дробях идёт речь в условии задачи.

Решая задачу с помощью этих приемов, пришел к выводу, соседние несократимые дроби не обязательно имеют одинаковый знаменатель или числитель и при этом получил разные ответы: если приводить к общему знаменателю и использовать сокращение дробей, то получим числа $\frac{45}{79}$ и $\frac{51}{89}$**;** если приводить к общему числителю и использовать сокращение дробей, получим $\frac{53}{93}$ и $\frac{47}{82}$**.**

Можно ли получить однозначный ответ в задаче?

Гипотеза моего проекта: существует еще хотя бы один способ сравнения и определения последовательности дробей.

Помимо того, что данную задачу нужно решить, необходимо получить общий алгоритм, ведь в математике для любых задач и примеров есть чёткие алгоритмы решения. Поэтому **цель** моего проекта: найти решение и сформулировать алгоритм решения задач такого типа или показать, что задача не имеет решения.

Для достижения цели я поставил перед собой следующие **задачи**:
1. Найти дополнительную информацию о дробях, их особенностях.
2. Решить задачу или доказать, что она не имеет решение.
3. Составить алгоритм решения данных задач или алгоритм доказательства отсутствия решения.
4. Попробовать найти или придумать аналогичные задачи с разными сюжетами.

Для получения точного ответа, воспользуемся третьим способом:

Получить возрастающий ряд всех положительных несократимых правильных дробей (о них идёт речь в условии задачи) – ряд Фарея, можно с помощью дерева Штерна-Броко. Построим его для этой задачи. По этому дереву дробь $\frac{4}{7}$образуется от дробей $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$. Т. к. нам необходимо найти соседние дроби с $\frac{4}{7}$, то достаточно просчитать только те дроби, которые добавляются на каждом уровне справа и слева от дроби $\frac{4}{7}$.Постепенно продвигаясь от уровня к уровню, получим ответ: $\frac{53}{93}$и$\frac{55}{96}$.Дальше будут трёхзначные числа в знаменателе.

Полученный ответ $\frac{53}{93}$и $\frac{55}{96}$, не подтверждает предыдущие результаты решений. Он является верным, потому что, продолжая дерево Штерна-Броко вширь, т.е. выписывая все дроби на каждом уровне, мы получим много дробей, в том числе и те, которые уже находили ранее. Но самыми близкими из дробей, числители и знаменатели которых выражены двузначными числами, к числу $\frac{4}{7}$ будут именно $\frac{53}{93}$ и $\frac{55}{96}$, т.е. эти дроби будут последовательными между которыми заключено число $\frac{4}{7}$.

Итак, задача решена, ответ: $\frac{53}{93}$ и $\frac{55}{96}$.

Алгоритм построения дерева Штерна-Броко упрощает решение, но оно достаточно объёмно и трудоёмко.

Для получения алгоритма решения подобных задач, проанализируем, как получаются соседние с $\frac{4}{7}$ дроби на каждом уровне.

На уровнях 0 и 1 – получение дроби $\frac{4}{7}$ из $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{5}$. Дальше установлена закономерность получения соседних дробей: каждый раз к числителям прибавляется 4, а к знаменателям 7. Значит, эти суммы можно заменить произведением.

Значит, на уровне, который соответствует условию задачи, получим дроби $\frac{1+4x}{2+7x}$ и $\frac{3+4x}{5+7x}$ соседние с $\frac{4}{7}$. По условию числители и знаменатели этих дробей – двузначные числа. Наибольшее значение будет принимать выражение $5+7x$, значение которого не может быть больше 99, т.е. запишем неравенство: $5+7x \leq 99$. Его максимальное целое решение равно 13.

Проверим соответствие ответов:

$\frac{1+4x}{2+7x}=\frac{1+4\ 13}{2+7\ 13}=\frac{53}{93}$ $\frac{3+4x}{5+7x}=\frac{3+4\ 13}{5+7\ 13}=\frac{55}{96}$

Ответы совпали. Этот способ значительно сокращает запись решения и вычисления.

Формулировка задачи в общем виде: Пусть дана некоторая дробь $\frac{a}{b}$. Требуется определить между какими последовательными несократимыми дробями, числители и знаменатели которых выражены двузначными числами, она заключена.

Алгоритм решения:

1. Определить, от каких дробей по дереву Штерна–Броко образовалась известная дробь $\frac{a}{b}$. Пусть это будут дроби $\frac{m}{n}$ и $\frac{k}{p}$.
2. Записать формулы получения чисел, подходящих по условию, в соответствии с формулами: $\frac{m+xa}{n+xb}$ и $\frac{k+xa}{p+xb}$, где *(x +1)*– номер соответствующего уровня дерева Штерна–Броко.
3. Определить, какое выражение наибольшее, ввести для него ограничения (*условие и ограничение этого пункта будут зависеть от условия задачи), например, не превышает 99*.
4. При помощи уравнения или неравенства найти неизвестное число *x*, означающее порядковый номер предыдущего уровня.

5. Найти дроби.

На просторах интернета мне удалось найти задачу, в которой присутствуют элементы задачи, аналогичной из моей работы. **Условие задачи:** *«Из правильной дроби $\frac{a}{b}$, где a и b – натуральные числа, за один ход получают дробь $\frac{a+b}{2a+b}$.*

а) Можно ли за несколько таких ходов из дроби $\frac{2}{3}$ получить дробь $\frac{29}{41}$?

б) Можно ли за два таких хода из некоторой дроби получить дробь $\frac{6}{7}$?

в) Несократимая дробь $\frac{c}{d}$ меньше 0,7. Найдите наибольшую дробь $\frac{c}{d}$, которую нельзя получить ни из какой правильной несократимой дроби за 2 таких хода.»

а) Будем последовательно выполнять указанные ходы с дробью $\frac{2}{3}$:

$$\frac{2}{3} \to \frac{5}{7} \to \frac{12}{17} \to \frac{29}{41}$$

За три хода мы получили необходимую дробь.

Ответ: можно.

б) Составим уравнение по правилу хода, принимая, что дробь $\frac{6}{7}$ можно получить за два хода. Попробуем найти дробь, из которой получили $\frac{6}{7}$.

$$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} \to \frac{\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2\mathrm{a}+\mathrm{b}} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{\mathrm{a}+\mathrm{b}}{2\mathrm{a}+\mathrm{b}} = \frac{6}{7}$$

$$7(\mathrm{a}+\mathrm{b}) = 6(2\mathrm{a}+\mathrm{b})$$

$$7\mathrm{a}+7\mathrm{b} = 12\mathrm{a}+6\mathrm{b}$$

$$\mathrm{b} = 5\mathrm{a}$$

Значит, знаменатель дроби, из которой получена дробь $\frac{6}{7}$, в пять раз больше числителя. Нам подходит только дробь $\frac{1}{5}$.

Дальше мы должны получить дробь $\frac{1}{5}$ из другой. Числитель равен 1 и должен быть равен сумме двух натуральных чисел. Но это невозможно.

Ответ: нельзя.

в) Нам нужно найти дроби, которые будут ближе всего к $\frac{7}{10}$. Это можно сделать по закону Фарея:$\frac{c}{d} < \frac{7}{10}$ó$7d - 10c = 1$

Все дроби можно представить в виде $\frac{7x+2}{10x+3}$. Из них можно составить бесконечный ряд, но дробь никогда не будет равна 0,7. Можно заметить, что чем больше x, то тем больше дробь, из которой получена $\frac{c}{d}$, а, значит, её можно будет получить из других.

Единственная дробь, которую нельзя получить за два хода – $\frac{2}{3}$. Она и является ответом.

Вывод: при помощи ряда Фарея и неявно дерева Штерна-Броко решена задача другого характера, что показывает, что эти правила позволяют решать различные задачи. Дроби можно использовать в разных областях математики. Можно заметить, что формула из алгоритма решения задач очень похожа на формулу из этой задачи и в решении 3 пункта: $\frac{xa+m}{xb+n}$, $\frac{a+b}{2a+b}$ и $\frac{7x+2}{10x+3}$.

В ходе своей работы я использовал известные нам действия с дробями и 3 способа определения последовательности дробей. Мне понадобились не только знания из школьной программы, но и дополнительные. Результатом моего исследовательского проекта стал алгоритм решения задач с использованием ряда Фарея. Эта задача имеет решение, а истинное решение удалось получить 2 способами. Возвращаясь к моей гипотезе, на самом деле существует ещё 1 способ сравнения дробей, ряд Фарея. Значит, моя гипотеза подтвердилась.

Этот алгоритм и закономерность, можно использовать в новом направлении. Подтверждением этого служит дополнительная задача в совершенно другой теме. Также ряд Фарея для сравнения дробей можно использовать в Data Science при работе с большими массивами.

Как говорил знаменитый учёный Петер Хенричи, известный своим вкладом в область численного анализа: «Своей жизнеспособностью математика в большой мере обязана своей многогранности». Дроби многогранны и интересны, их можно использовать во многих направлениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акулич И. Ф., Башмакова И. Г., Васильев Н. Б. и др. Математика. Полная энциклопедия. Москва, Росмэн, 2020. – 256 с.
2. Вольфсон Г. И. и др. ЕГЭ 2018. Математика. Арифметика и алгебра. Задача 19 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2018. – 112с.
3. Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. Математика 5 класс. Москва, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. – 176 с.
4. Петерсон Л.Г. Алгебра. 8 класс. Москва, Просвещение, 2021. – 160 с.
5. Государственная образовательная платформа «Российская электронная школа». [Электронный ресурс]. – URL: https://resh.edu.ru (дата обращения: 18.04.2025).
6. Сайт «Cleverstudents». [Электронный ресурс]. – URL: https://www.cleverstudents.ru (дата обращения: 18.04.2025).

КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ФАКТОРОВ НА РОЖДАЕМОСТЬ В МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ

Орловский Иван Сергеевич
МБОУ «Гимназия № 2», 8 класс
г. Мурманск
Руководитель: Микова Ольга Валерьевна, учитель математики МБОУ г. Мурманска «Гимназия № 2»

Во многих странах последнее время остро стоит проблема демографии. Не является исключением и Россия. Данная проблема является ключевой, так как речь идет о выживании нации. Россия входит в десятку стран с самым низким уровнем рождаемости в мире. Семья и благополучие детей – важнейшие приоритеты современной государственной национальной политики Российской Федерации. В целях ее популяризации 2024 год объявлен в России Годом семьи. А 2018–2027 гг. годы объявлены в России Десятилетием Детства. [1] Россия – единственная страна в мире, чей президент открыто провозгласил приоритет традиционных, семейных ценностей: «Семья – это не просто основа государства и общества, это духовное явление, основа нравственности». Для России семья – фундамент государства.

Актуальность темы заключается в том, что демография – важнейшая составляющая социального, экономического и политического положения стран и народов. Выявление факторов, влияющих на рождаемость, позволяет спрогнозировать дальнейшую динамику и принять меры для улучшения ситуации.

Мурманская область – регион, входящий в состав Арктической зоны России, и является стратегически важным регионом (в сферах обороны, логистики и энергетики). И, конечно, ежегодное снижение численности населения, падения рождаемости вызывает демографический спад, который отражается на социальном и экономическом развитии области в целом.

Гипотеза исследования заключается в том, что из возможных социально-экономических факторов, влияющих на уровень рождаемости, значимым в Мурманской области является коэффициент брачности.

Цель работы: провести корреляционно-регрессионный анализ для определения факторов, наиболее сильно влияющих на изменение рождаемости в Мурманской области.

Объектом исследования является демографическая ситуация в Мурманской области.

Предметом исследования выбрана совокупность методов и инструментов статистического анализа влияния различных факторов на рождаемость.

Методы исследования: изучение и анализ учебной и научной литературы по теме исследования; сбор и предварительная обработка статистических данных; построение графиков; систематизация; моделирование; сравнение; корреляционно-регрессионный анализ

Для обработки и анализа данных в процессе проведения исследований использовалось программное обеспечение: «Microsoft Excel», «Orange».

Новизна работы: несмотря на то, что в Мурманской области, как и в России в целом, нарастание проблемы демографического кризиса существует достаточно давно, анализ взаимосвязи рождаемости с различными социально-экономическими факторами в таком формате еще не проводился.

Практическая значимость заключается в том, что результаты, полученные в ходе исследовательской работы, могут быть использованы на уроках математики, географии, истории, для прогностического анализа.

1. Теоретическая часть

Корреляция – связь между различными объектами в статистике, случайными величинами. В отличие от функциональной зависимости, рассматривается тогда, когда на одну величину влияет не только другая величина, но и какие-то другие случайные факторы. [2]. Корреляцию используют для оценки зависимости переменных друг от друга. Если при увеличении независимой переменной зависимая тоже увеличивается, то корреляция положительная, если зависимая переменная при этих условиях уменьшается, то корреляция – отрицательная. Корреляционный анализ позволяет сделать вывод о силе взаимосвязи между парами данных x и y.

Коэффициент корреляции Пирсона рассматривается, если надо определить связь между двумя показателями, измеренными в количественной шкале. Условия и ограничения применения коэффициент корреляции Пирсона: сопоставляемых величин должно быть две, они должны быть измерены в количественной шкале, можно определить только наличие и силу линейной взаимосвязи (направление, характер изменений, наличие зависимости определяют при помощи регрессионного анализа).

Регрессия – это статистическая зависимость математического ожидания случайной величины от значения других случайных величин (регрессоров). Регрессионный анализ позволяет понять, как изменения исходной переменной X (переменных) влияет на изменение переменной Y. В отличии от функциональной зависимости регрессионная зависимость многозначна, то есть каждому значению исходной переменной может соответствовать несколько значений параметра Y. Регрессионный анализ используется для прогнозирования одной переменной на основании других. Одна из задач регрессионного анализа выявление закономерности, выраженной в виде корреляционного уравнения (регрессии).

В результате применения анализа мы получаем уравнение регрессии вида:

$$Y = A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + \cdots + B.$$

Результаты парной линейной регрессии можно представить в виде диаграммы рассеяния, которая строится в обычной двумерной системе координат со шкалами абсцисс (X) и ординат (Y). Диаграмма состоит из прямой $Y = AX + B$ и множества точек, координаты каждой из которых соответствуют значениям показателей X и Y.

В системе статистической обработки данных и аналитики часто используется сочетание методик корреляции и регрессии. **Корреляционно-регрессионный анализ** – это построение и анализ экономико-математической модели в форме уравнений регрессии, характеризующих зависимость признака от его определяющих факторов. Этот метод позволяет оценить степень влияния на исследуемый результативный показатель каждого из введенных в модель факторов. Он направлен не просто на изучение изменений, но и на сведение причины и следствия.

2. Практическая часть

Анализ статистических данных с использованием программы Microsoft Excel

Статистический материал для исследования, отражающий демографические процессы, был взят из официальных источников: сайт Федеральной службы государственной статистики [5], сайт Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Мурманской области [6], демографическое положение России и Мурманской области [7], справочные таблицы и схемы [8], Мурманская область в цифрах [9]. В результате для работы с использованием Microsoft Excel составлена таблица, в которую были внесены интересующие нас данные.

Рассматривая уровень рождаемости в Мурманской области, можно заметить, что несмотря на некоторые увеличение численности родившихся в последние годы, тренд уровня рождаемости направлен на снижение. Такая же динамика прослеживается и по России в целом.

На такую ситуацию оказывают влияние множество социально-экономических факторов, один из таких факторов – коэффициент брачности, показывающий частоту заключения браков на 1000 человек населения. Проследим связь рождаемости с образованием новых семей в Мурманской области с 2001 по 2023 годы. Для вычисления корреляции воспользуемся статистической функцией PEARSON или КОРРЕЛ для нахождения коэффициента корреляции Пирсона.

Получили коэффициент корреляции $r = 0{,}611599017$, что говорит о том, корреляционная связь заметная. То есть рождаемость зависит от количества браков, заключенных в этот период. При этом при увеличении количество браков будет увеличиваться рождаемость, так как коэффициент совокупности данных $r = 0{,}611599017 > 0$. Оценим статистическую значимость проведенных расчетов. Выдвигаем нулевую гипотезу H0: коэффициент корреляции статистически незначим (случайно отличается от нуля) и альтернативную гипотезу H1: коэффициент корреляции статистически значим (не случайно отличается от нуля).

Найдем t_r по формуле:

$$t_r = \frac{|r_{xy}|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} = \frac{0{,}612\sqrt{23-2}}{\sqrt{1-0{,}612^2}} \approx 3{,}54588.$$

Сравним t_r с $t_{\text{крит}}$). $3{,}54588 > 2{,}83137$, то есть $t_r \geq t_{\text{крит}}$, тогда отвергаем нулевую гипотезу. То есть с вероятностью 99% при увеличении брачности будет увеличиваться рождаемость.

Другой вариант оценки статистической значимости проведенных расчетов: сравнить r с $r_{\text{крит}}$. Так как $r = 0{,}611599017 > 0{,}537$, то с вероятностью 99% можно сказать, что между брачностью и рождаемостью есть заметная корреляционная связь.

Построим корреляционное поле и зададим линию тренда. Аппроксимирующая функция – это линейная функция $y = 0{,}7574x + 4{,}1692$.

Вычислим коэффициент (индекс) детерминации причинности, который ещё называют величиной достоверности аппроксимации. Это позволит определить степень соответствия трендовой модели исходным данным и в какой мере изменчивость рождаемости объясняется влиянием такого фактора, как изменение числа заключаемых браков.

$$R^2 = r^2 \approx 0{,}374.$$

Получается, что изменение рождаемости зависит от изменения брачности только на 37,4%, а так как $1 - R^2 \approx 0{,}626$, то на 62,6% увеличение или уменьшение рождаемости зависит от других факторов.

Построим корреляционное поле полиномиальной регрессии с аппроксимирующей функцией $y = 0{,}1614x^2 - 1{,}8993x + 14{,}956$. Коэффициент детерминации причинности $R^2 = 0{,}3935$, и чем ближе он к единице, тем точнее модель описывает имеющиеся данные. Это означает, что наиболее точно модель составлена полиномиальной линией тренда.

Рассмотрим другие социально-экономические факторы и определим степень их влияния на уровень рождаемости в Мурманской области:

Социально-экономические факторы	Коэффициент корреляции Пирсона, r	Сила корреляционной связи по шкале Чеддока
Прожиточный минимум	-0,295411961	слабая
Коэффициент разводимости, на 1000 чел.	0,124421291	слабая
Покупательская способность	0,280397454	слабая
Миграционный прирост/убыль	-0,421125999	умеренная

Как видим, высокая или низкая покупательская способность, как и разводы, не оказывают особого влияния на повышение или понижение рождаемости. Сила корреляционной связи миграционного прироста (убыли) умеренная и отрицательная (обратная), то есть увеличение этого фактора приводит к уменьшению рождаемости. Влияние прожиточного минимума на уровень рождаемости слабое, но при этом тоже отрицательное.

Поскольку выбранные факторы имеют разную направленность, то целесообразным будет рассмотрение их совокупного влияния на уровень рождаемости в Мурманской области. Многофакторный анализ требует множества массивных расчетов, поэтому такой анализ проводился с помощью программы Microsoft Excel, используя аналитический инструмент «Анализ данных», инструмент анализа «Регрессия».

В качестве возможных факторов, в той или иной мере влияющих на рождаемость, были выделены следующие: прожиточный минимум (X_1), коэффициент брачности (X_2), коэффициент разводимости (X_3), покупательская способность (X_4), миграционный прирост/убыль (X_5).

Уравнение множественной регрессии в линейной форме в нашей модели имеет вид: $Y = 10{,}8178 - 0{,}0002X_1 + 0{,}5535X_2 - 1{,}223X_3 + 0{,}017X_4 - 0{,}00005X_5$.

Коэффициент 10,81778258 показывает, чему будет равен Y, если все остальные переменные будут равны нулю; при увеличении прожиточного минимума на 1 рождаемость уменьшиться в среднем на 0,0002; при увеличении брачности на 1 рождаемость увеличится в среднем на 0,5535; при увеличении разводимости на 1 рождаемость уменьшиться в среднем на 1,223; при увеличении покупательской способности на 1 рождаемость увеличится в среднем на 0,017; при увеличении миграционного прироста на 1 рождаемость уменьшиться в среднем на 0,00005

С увеличением количества заключенных браков на 1 рождаемость уменьшиться минимум на 0,122 или увеличится максимум на 1,23. При увеличении разводов на 1 рождаемость уменьшиться от 0,22 до 2,22.

Значимость этой модели 0,001526464, что меньше обычного уровня значимости 0,05. Это указывает на то, что регрессионная модель в целом статистически значима.

Множественный R измеряет силу линейной зависимости между переменными-предикторами и переменной отклика. Коэффициент равен 0,809768928, что говорит о довольно сильной линейной зависимости.

R – квадрат построенной регрессионной модели равен 0,655725716, это означает, что 65% дисперсии (разброса) рождаемости можно объяснить количеством прожиточного минимума, количеством браков, количеством разводов, миграцией населения и изменением покупательской способности.

Нормированный R-квадрат **–** это модифицированная версия R-квадрата, которая скорректирована с учетом количества предикторов в модели. В нашей модели он равен 0,554468574.

Стандартная ошибка регрессии показывает, среднее расстояние, на которое реальные значения отклоняются от линии регрессии. В нашей модели среднее отклонение равно 0,796911028 единиц.

Наблюдения равны 23, так как мы рассматривали тенденции в последние 23 года.

Анализ статистических данных с использованием программы Orange

Orange – это программа с открытым исходным кодом для визуализации и анализа данных и машинного обучения. Интеллектуальный анализ данных происходит с помощью визуального программирования или сценариев Python [10]. Открытый исходный код позволяет получить код и модифицировать инструмент, если в этом есть необходимость. Визуальное программирование позволяет использовать этот инструмент не только профессиональным программистам, но и начинающим пользователям.

Построив корреляционное поле и задав линию тренда с помощью программы Orange, можно увидеть сильную корреляционную связь рождаемости с количеством заключенных браков.

Уравнение множественной регрессии, построенное с помощью программы Orange, идентично уравнению, построенному с помощью программы Microsoft Excel, используя аналитический инструмент «Анализ данных». Визуализация анализа, подтверждает, что корреляционная связь рождаемости с количеством заключенных браков сильная.

Заключение

В ходе анализа влияния на коэффициент рождаемости в Мурманской области таких факторов как прожиточный минимум, коэффициент брачности, коэффициент разводимости, покупательская способность и миграционные прирост было выявлено, что представленная регрессионная модель является качественной, то есть её можно использовать для анализа и прогноза рождаемости в Мурманской области. Большинство регрессоров, учтённых в модели, обладают значимостью. Из представленных и проанализированных социально-экономических факторов, влияющих на уровень рождаемости в Мурманской области, значимым фактором является коэффициент брачности. Гипотеза исследования подтвердилась полностью.

Оценивая важность и значимость укрепления брака и поддержания коэффициента брачности для демографии и экономики, государство разрабатывает и принимает различные меры поддержки семей с детьми. Правительство нашего региона стремится поддерживать семьи с детьми на всех этапах их жизни, семьи с детьми получают порядка 25 различных мер социальной поддержки.

Для Мурманской области демография — один из главных приоритетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Десятилетие детства. [Электронный ресурс]. – URL: https://10let.edu.gov.ru/?ysclid=m027atjd4d353578538 (дата обращения: 18.04.2025).
2. Большая Российская энциклопедия – электронная версия. [Электронный ресурс]. – URL: https://old.bigenc.ru/mathematics/text/2099858 (дата обращения: 18.04.2025).
3. Жукова, А. А. Биометрия : пособие. В 3 ч. Ч. 3 Корреляция и регрессия / А. А. Жукова, М. Л. Минец. – Минск : БГУ, 2021 – 103 с.
4. Методы статистики. [Электронный ресурс]. – URL: https://medstatistic.ru/methods/methods11.html (дата обращения: 18.04.2025).
5. Федеральная служба государственной статистики / [Электронный ресурс]. URL: http://rosstat.gov.ru (дата обращения: 18.04.2025).
6. Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Мурманской области. [Электронный ресурс]. URL: http:// 51.rosstat.gov.ru (дата обращения: 18.04.2025).
7. Демографическое положение России и Мурманской области. [Электронный ресурс]. URL: http://3uch.ru/textbooks/med/nindeveyos/qui (дата обращения: 18.04.2025).
8. Справочные таблицы и схемы. InfoTables.ru. [Электронный ресурс]. URL: http://infotables.ru (дата обращения: 18.04.2025).
9. Мурманская область в цифрах. [Электронный ресурс]. URL: http://fedstats.ru/murmansk (дата обращения: 18.04.2025).
10. Бараз В.Р. Корреляционно-регрессионный анализ связи показателей коммерческой деятельности с использованием программы Excel: учебное пособие / В.Р. БАРАЗ. – Екатеринбург: ГОУ ВПО «УГТУ–УПИ», 2005. – 102 с.

НАХОЖДЕНИЕ ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКА

Плотникова Анна Эдуардовна

МАОУ средняя школа №8, 9 класс

с.п. Новосмолинский Володарского округа Нижегородской области

Руководители: Толкачева Наталья Сергеевна, учитель математики *МАОУ средней школы №8*, Коптелова Татьяна Анатольевна, учитель информатики *МАОУ средней школы №8*

Несомненно, человек зависит от геометрии так же, как и от любой другой науки, может даже больше, чем от всех остальных дисциплин. Нас окружают множество предметов и у каждого из них своя площадь. Многие уроки геометрии посвящены нахождению площади разных фигур. А на ЕГЭ и ОГЭ есть задания на нахождение площади многоугольников. Наряду с решением основных задач углубленное изучение формул и теорем, связанных с нахождением площадей, формирует у учащихся интерес к предмету, помогает выявить и развить свои математические способности, выбрать профессию, которая тесно связана с геометрией и с самой математикой.

Я решила расширить свой кругозор по отношению к этому предмету, поэтому выбрала темой проекта нахождение площади многоугольника.

Цель работы: изучение различных способов нахождения площадей сложных плоских фигур и применение полученных знаний на практике.

Актуальность исследования: нахождение площадей сложных плоских фигур вызывает у меня и у других учащихся затруднение, что привело меня к более глубокому изучению данной темы.

Гипотеза: результаты работы над проектом помогут мне и моим одноклассникам подготовиться и успешно решить задачи на нахождение площади многоугольника на ОГЭ.

Методы исследования: поисковый, практический, метод сравнения, анализ, метод изучения данных, метод подбора данных.

Задачи:

- изучить все способы нахождения площадей многоугольников и рассказать о них одноклассникам;
- научиться находить площади сложных плоских фигур и научить пользоваться ими своих одноклассников;
- проанализировать полученные результаты и сделать выводы;
- подвести итоги проделанной работы.

Задачи на клетчатой плоскости не являются несерьёзными или бесполезными, они не так уж и далеки от серьёзных математических задач. Задача на нахождение площади многоугольника с вершинами в узлах сетки побудила австрийского математика Пика в 1899 году доказать замечательную формулу Пика.

В ходе своей исследовательской работы я изучила различные способы вычисления площадей многоугольников на клетчатой бумаге, сопоставила их. Любой из этих способов применим для решения задач не только на ОГЭ, но и типа № 3 ЕГЭ по математике профильного уровня. Наиболее удобен, на мой взгляд, способ решения по формуле Пика, который имеет перед другими способами ряд преимуществ:

1. Для вычисления площади многоугольника, нужно знать всего одну формулу: $S = В + \frac{Г}{2} - 1$ **.**
2. Формула Пика очень проста для запоминания.
3. Формула Пика очень удобна и проста в применении.
4. Многоугольник, площадь которого необходимо вычислить, может быть любой, даже самой причудливой формы.

Предлагаю – внести эту формулу в обязательное изучение в школе. Мне удалось доказать, что ее использование при решении одной из задач ОГЭ и ЕГЭ значительно сокращает время вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геометрия на клетчатой бумаге. Малый МЕХмат МГУ. [Электронный ресурс]. – URL: http://mmmf.msu.ru/archive/20082009/KanunnikovKuznetsov/2.html (дата обращения: 18.04.2025).
2. *Григорьева Г. И*. Подготовка школьников к олимпиадам по математике: 5 – 6 классы. Метод. пособие. – М.: Глобус, 2009.
3. *Жарковская Н. М., Рисс Е. А*. Геометрия клетчатой бумаги. Формула Пика // Математика, 2009, № 17, с. 24-25.
4. Задачи открытого банка заданий по математике ФИПИ, 2010 – 2018. [Электронный ресурс]. – URL: http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems.html?posMask=32 (дата обращения: 18.04.2025).
5. *Игнатьев Е. И*. В царстве смекалки. – М.: Наука, 1982.

6. *Прасолов В. В*. Задачи по планиметрии. – М.: МЦНМО, 2000.
7. *Смирнова И. М., Смирнов В. А*. Геометрия на клетчатой бумаге. – М.: Чистые пруды, 2009.
8. *Смирнова И. М., Смирнов В. А*. Геометрические задачи с практическим содержанием. – М.: Чистые пруды, 2010.
9. *Трошин В. В.* Занимательные дидактические материалы по математике. Сборник заданий. Выпуск 2. – М.: Глобус, 2008.
10. *Гарднер М.* Математические чудеса и тайны. – М.: Наука
11. Формулы площади плоских фигур. [Электронный ресурс]. – URL: https://ru.onlinemschool.com/math/formula/area/ (дата обращения: 18.04.2025).
12. Банк задач ЕГЭ по математике 2014. [Электронный ресурс]. – URL: http://live.mephist.ru/show/mathege2010/view/proto (дата обращения: 18.04.2025).

МАТЕМАТИКА В ДРУГИХ ПРЕДМЕТАХ

Руденко Илья, Шарай Артур
МБОУ «Гимназия № 7 имени Башилова И.Я.», 8 класс
г. Красноярск
Руководитель: Судьина Татьяна Владимировна, учитель математики

Математика один из основных предметов в школе и обязательная дисциплина для сдачи экзаменов в выпускных классах. Мы заметили, что математика имеет взаимосвязь с другими предметами, но не всем она очевидна. Мы начали обращать внимание, что изучение других школьных предметов становится легче, благодаря математическим знаниям и умениям. И решили рассмотреть, какие связи являются наиболее важными.

Введение

Мы изучаем математику с первого класса, используем её в повседневной жизни каждый день. Математика один из основных предметов в школе и обязательная дисциплина для сдачи экзаменов в выпускных классах. Мы заметили, что математика имеет взаимосвязь с другими предметами, но не всем она очевидна. Мы начали обращать внимание, что изучение других школьных предметов становится легче, благодаря математическим знаниям и умениям. И решили рассмотреть, какие связи являются наиболее важными.

Проблема: Недостаточное изучение и осознание важности связи математики с другими науками

Цель исследования: Проанализировать взаимосвязь математики с другими науками для понимания их взаимодействия и влияния друг на друга.

Задачи:

1. Изучить историю взаимосвязи с другими науками
2. Провести анкетирование среди сверстников
3. Показать области применения и использования математики
4. Рассмотреть математические методы для решения задач, которые можно применить в других предметах
5. Выявить примеры взаимодействия математики с другими науками.

Объект исследования: Математические знания

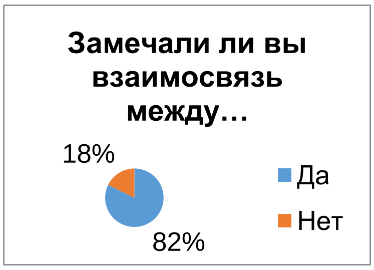
Методы исследования:

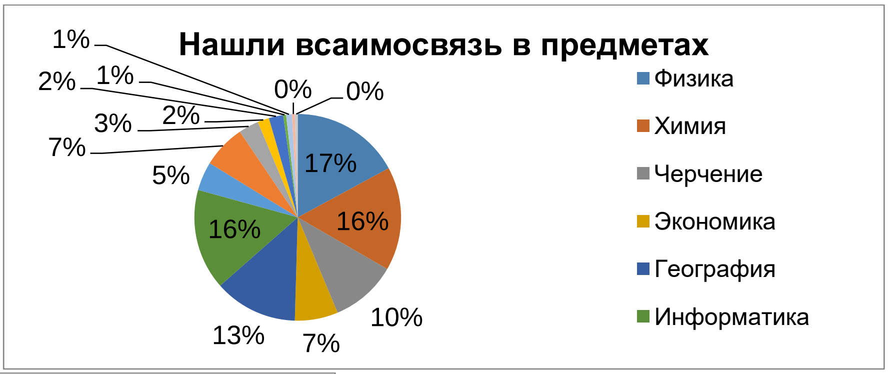
Анкетирование, анализ и синтез, сравнение, обобщение

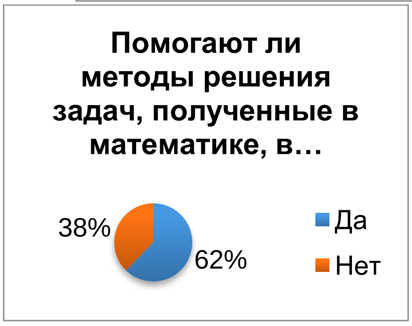
Актуальность. Данное исследование связанно с важнейшей ролью математики как основы для успешного изучения большинства других предметов школьного курса. Наше исследование поможет систематизировать и углубить теоретические и практические знания учащихся в технических и естественных науках.

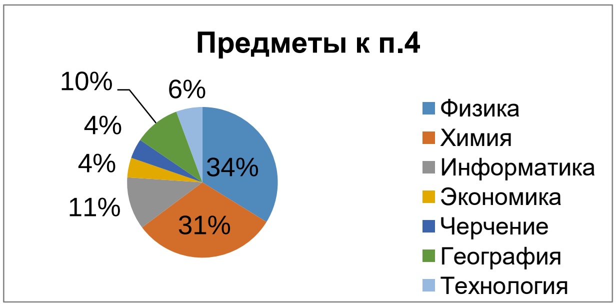
Анкетирование

Для решения задач нашего проекта мы провели опрос среди учеников восьмой параллели о применении математики в других предметах. Анкета состояла из 5 вопросов:









Исходя из результатов опроса, мы увидели, что действительно не все учащиеся замечают связь между математикой и другими предметами.

Применение математики в физике

Математика создаёт основание для физики, поскольку её законы и концепции лежат в основе физических теорий и явлений. Законы, соотношения величин, скорость, время, объём, плотность и другие характеристики выражаются в виде математических формул, уравнений и других методов. Математика используется для описания и предсказания природных процессов, а также для создания точных моделей этих процессов.

Рассмотрим примеры некоторых задач:

Задача №1: Из городов А и Б навстречу друг другу по прямому шоссе одновременно выехали два велосипедиста. Скорость первого 10 км/ч, скорость второго 15 км/ч. Одновременно с велосипедистами из города А вылетела ласточка. Она долетает до второго велосипедиста, разворачивается. Долетает до первого велосипедиста и летает так между ними до тех пор, пока велосипедисты не встретятся. Какой путь пролетела ласточка, если скорость ее движения 50 км/ч, а расстояние между городами 100 км? Временем разворота ласточки можно пренебречь.

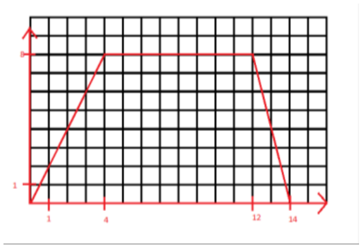
Решение: Ласточка летала всё время пока ехали велосипедисты со скоростью 50км/ч, следовательно надо найти сколько времени она была в полёте. Это время равно движению велосипедистов до встречи. Найдем это время: $\frac{100}{10+15} = 4$ч. Значит 4*50=200 км пролетела ласточка.

Задача №2: Велосипедист выехал из точки А в точку В. Начал движение он с состояния покоя, и за 4 секунды разогнался до 8 м/с, такую скорость он поддерживал 8 секунд, потом остановился за 2 секунды. Какое расстояние он проехал?

Решим эту задачу аналитическим способом: S – расстояние; t – время; V – скорость; $S = S_1 + S_2 + S_3$

$S_1 = \frac{0+8}{2} * 4 = 16$ м; $S_2 = 8 * 8 = 64$ м; $S_3 = \frac{8+0}{2} * 2 = 8$ м;

$S = 16 + 64 + 8 = 88$ м



А теперь попробуем решить её графическим методом:

Для этого составляем график и считаем площадь получившейся фигуры:

$S = \frac{14 + 8}{2} * 8 = 88$ м. Получаем, что графическим методом даже проще решить, так как приходится делать меньше вычислений.

Математика в химии

Математика служит универсальным языком химии, позволяя моделировать процессы, анализировать данные и делать точные прогнозы. От базовых расчётов до сложных квантовых моделей — она остаётся незаменимым инструментом для решения как теоретических, так и прикладных задач. С помощью знаний математики можно решать химию намного проще и продуктивнее.

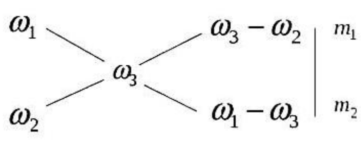
Квадрат Пирсона (также известный как «правило креста») — это популярный метод для решения задач на смешение растворов разной концентрации. Его часто называют лучшим подходом благодаря ряду преимуществ, и вот некоторые:

1. Простота и наглядность

Метод визуализирует задачу в виде квадрата (или диаграммы), где: В центре указывается целевая концентрация; По углам — концентрации исходных растворов; На сторонах — разности концентраций, показывающие соотношение частей для смешивания

2. Экономия времени

По сравнению с алгебраическими методами (например, через систему уравнений), квадрат Пирсона требует меньше шагов.



Составляем «табличку», где w_1 – концентрация 1 раствора, w_2 – концентрация 2 раствора, w_3 – концентрация смеси 1 и 2 растворов, m_1 – масса 1 раствора, m_2 – масса 2 раствора. В 3 столбце отбавляем большее значение от меньшего. Далее составляем пропорцию и решаем её:

$$\frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_3} = \frac{m_1}{m_2}$$

Так же метод имеет свои плюсы и минусы:

Плюсы: простота и доступность для всех учащихся, даже тех, кто испытывает трудности в составлении и решении уравнений; быстрое получение правильного ответа за короткое время с минимальными усилиями.

Минусы: применим только для решения задач с двумя растворами; требует аккуратности и точности в расчётах.

Применим способ на практике:

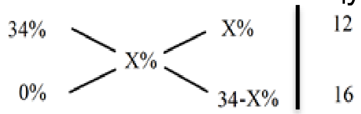
Задача №1: В сосуд, содержащий 12 литров 34-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 16 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение простым способом: Сначала определим количество вещества в исходном растворе. Исходный раствор содержит 12 литров, из которых 34% — это вещество. Таким образом, количество вещества в исходном растворе равно: 0,34×12=4,08 литров вещества.

Затем добавили 16 литров воды, которая не содержит вещества. Общий объем нового раствора стал: 12+16=28 литров

Теперь необходимо определить концентрацию вещества в новом растворе. Концентрация рассчитывается как отношение количества вещества к общему объему раствора, выраженное в процентах: $\frac{4{,}08}{28}$×100%=14,57%

Решение квадратом Пирсона: Составляем таблицу:

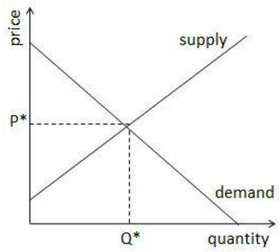


Из нее выводим пропорцию: $\frac{x}{34-x} = \frac{12}{16}$ и решаем ее.

16x = (34-x)*12; 16x = 408-12x; 28x = 408; x = 14,57%

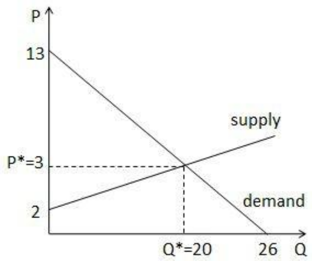
Ответ: 14,57% - концентрация получившегося раствора

Применение математики в экономике



Экономические задачи разнообразные. Их можно решить как алгебраически, так и геометрически. Экономисты используют термин «равновесие» для описания баланса между спросом и предложением на рынке. И часто им приходится обрабатывать огромные объёмы данных, чтобы решить уравнения равновесия.

Сравнение с графическим решением: Поскольку P* и Q* представляют условия, при которых объём предложения и объём спроса равны при заданной цене, фактически имеет место случай, когда P* и Q* графически представляют собой пересечение кривых спроса и предложения. Часто бывает полезно сравнить равновесие, найденное алгебраическим путём, с графическим решением, чтобы убедиться, что не было допущено ошибок в вычислениях.



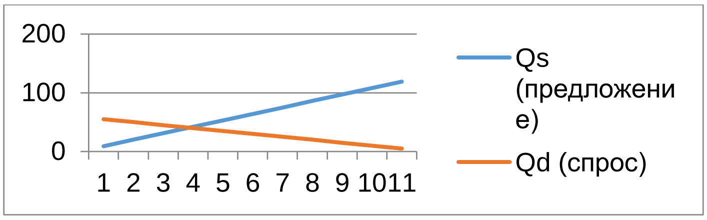
Задача: Начертить графики спроса и предложения и показать точку равновесия.

Для построения графиков кривых спроса и предложения необходимо рассчитать объем спроса (Qd) и предложения (Qs) при значениях цены. Для примера возьмем от 1 до 11. Для вычисления Qs и Qd подставим данные заданные формулы.

Пример: у нас должна быть функция, по которой мы рассчитываем и спрос и предложение: Qs = -2+11p и Qd= 60-5p. Далее просто подставляем цену (P).

Для наглядности и удобства построения графика, расчет оформим в виде таблицы

P (цена)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Qs (предложение)	9	20	31	42	53	64	75	86	97	108	119
Qd (спрос)	55	50	45	40	35	30	25	20	15	10	5



Задача №1: На рынке картофеля предложение имеет вид: Qs = P - 65, а спрос Qd = 100 – 0.25P. Государство хочет увеличить потребление полезных продуктов среди населения, поэтому решило ввести потоварную субсидию на производителей. Чему должна равняться субсидия, чтобы потребление картофеля увеличилось в 2 раза? В этих заданиях делается все по аналогии, которую мы показывали выше с помощью таблицы и умения решать уравнения.

Решение: составим уравнение

1. Находим первоначальное равновесие:

P − 65 = 100 − 0,25P; 1,25P = 165; P = 132; Q = 132 - 65 = 67

2. Определяем новый объем потребления (в 2 раза больше): 2 * 67 = 134

3. Находим цену по кривой предложения для нового количества 134:

134 = P – 65; P = 134+65 = 199

4. Вводим субсидию s и меняем функцию предложения: Qs = (P + s) − 65

5. Приравниваем спрос к предложению с субсидией, где Q=134.

Qs = (P+s) -65; 134 = (P+s) - 65, P = 199 – s; Qd = 100 - 0.25P

134 = 100 - 0.25P; 34 = -0.25P; P = -136 - цена покупателя

199-s = -136; s=335 - субсидия.

Формула сложных процентов в экономике

$B=A(1+\frac{P}{100\%})^n$, где B - будущая стоимость; A - текущая стоимость; P - процентная ставка за расчетный период (день, месяц, год, ...); n - количество расчетных периодов.

Задача №1: Рассчитать прибыль от вложения 60 000 рублей под 20% годовых с начислением сложных процентов на срок 6 лет.

Решение: $B=60000(1+\frac{20\%}{100\%})^6$ = 60000x2,985984=179159,04

179159,04-60000=119159,04 рубля

Применение математики в других предметах.

Русский язык тесно связан с математикой через симметрию. так же она встречается в изо. Примером служит теория линейной перспективы. Взаимосвязь биологии с математикой проявляется в использовании математических методов для анализа и моделирования биологических процессов. Так же математические методы используют в информатике для вычислений, алгоритмов программирования, создания системы безопасности, обработки и передачи информации. В географии математику используют для таких целей как создание карт. Там математика помогает представить наиболее корректную информацию. В медицине появляются новые и более удобные методы обследования здоровья и лечения заболеваний. А в литературе каждое произведение имеет свой размер и ритм.

Заключение

Математику не зря называют царицей всех наук. Это фундаментальная дисциплина, которая тесно связана с другими: естественными, техническими, гуманитарными, общественными. Причём взаимодействие – это непрерывный процесс взаимного развития. Практические нужды и новые научные задачи стимулируют развитие математики, а математические методы, в свою очередь, продвигают другие науки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ С ДРУГИМИ НАУКАМИ. [Электронный ресурс]. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/svyaz-matematiki-s-drugimi-naukami/viewer (дата обращения: 18.04.2025).
2. Сайт “Дзен”. [Электронный ресурс]. – URL: https://dzen.ru/a/ZNgPVOBxi0ik1fup (дата обращения: 18.04.2025).
3. Сайт общества с ограниченной ответственностью «Инфоурок». [Электронный ресурс]. – URL: https://infourok.ru/issledovatelskij-proekt-po-matematike-primenenie-matematiki-v-shkolnyh-predmetah-5895395.html?ysclid=m6gmozeian658015400 (дата обращения: 18.04.2025).
4. Издательство «Молодой учёный» [Электронный ресурс]. – URL: https://moluch.ru/young/archive/63/3262/ (дата обращения: 18.04.2025).
5. Типы химических задач. [Электронный ресурс]. – URL: https://orgchem.ru/chem3/z1.php (дата обращения: 18.04.2025).
6. Сайт ”Решу тест”. [Электронный ресурс]. – URL: https://reshutest.ru/theory/7?theory_id=229 (дата обращения: 18.04.2025).
7. Журнал «Научный лидер» выпуск #36 (134), Сентябрь ‘23 СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ И ГЕОГРАФИИ. [Электронный ресурс]. – URL: https://scilead.ru/article/4963-svyaz-matematiki-i-geografii (дата обращения: 18.04.2025).
8. Онлайн школа Skysmart: Решение расчетных задач по химии. [Электронный ресурс]. – URL: https://skysmart.ru/articles/chemistry/reshenie-raschetnyh-zadach-po-himii (дата обращения: 18.04.2025).
9. Сайт “translated.turbopages.org”. [Электронный ресурс]. – URL: https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.89728786-679ccb9f-122a5ef8-74722d776562/ (дата обращения: 18.04.2025).
10. Wikipedia. [Электронный ресурс]. – URL: https/en.wikipedia.org/wiki/Relationship_between_mathematics_and_physics (дата обращения: 18.04.2025).
11. Сайт “translated.turbopages.org”. [Электронный ресурс]. – URL: https://translated.turbopages.org/proxy_u/en-ru.ru.cbb3e5a8-679ccc70-177f1169-74722d776562/ (дата обращения: 18.04.2025).
12. GeeksforGeeks. [Электронный ресурс]. – URL: https/www.geeksforgeeks.org/real-life-application-of-maths-in-medicine/ (дата обращения: 18.04.2025).
13. Всероссийский педагогический журнал «Современный урок». [Электронный ресурс]. – URL: https://www.1urok.ru/categories/9/articles/47549 (дата обращения: 18.04.2025).
14. Математика в экономике: Экономико-математические задачи на проценты и доли: Пособие для поступающих на экономический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. - 3-е изд., испр., перераб. - М.: МАКС Пресс, 2006. - 80 с. (Серия «Абитуриенту МГУ»
15. Шевалдина, О. Я. Математика в экономике : учебник для среднего профессионального образования / О. Я. Шевалдина. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 194 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04877-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563252 (дата обращения: 18.04.2025).